EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
OP Praha – pól růstu ČR

PRAHA PRAGUE PRAGA PRAG

Název projektu: Zlepšení inkluze při výuce zahradnictví
Registrační číslo projektu: CZ.07.4.68/0.0/0.0/16_037/0000291
KA01

Matematika

(doplněk k metodice pro 1. ročník)

Slovní úlohy, početní příklady

(zahradnická tématika)

Červen 2019

Střední zahradnická škola a střední odborné učiliště s.r.o.

www.zahradnickaskola.cz

Zpracoval: Mgr. Karel Pavlík (kpavlik@zahradnickaskola.cz)

Obsah

Úvod

Materiál vznikl jako doplněk k Metodice pro výuku vybraných kapitol matematiky pro 1. ročník (číselné obory), který byl vytvořen v rámci projektu „Zlepšení inkluze při výuce zahradnictví – klíčová aktivita 01“. Jeho cílem je na vybraných praktických příkladech a slovních úlohách z oblasti zahradnictví dosáhnout co nejrychlejšího porozumění a snadnějšího pochopení vybraných částí matematiky pro studenty s odlišným mateřským jazykem (dále jen „OMJ“).

Témata i příklady byla vybírána s ohledem na využití matematických znalostí v různých zahradnických odvětvích (projektování a realizace zahrad, floristika, greenkeepering, apod.). Materiál tak obsahuje příklady na výpočet obsahů a obvodů pozemků, záhonů, zahrad nebo objemů a povrchů různých prostorových těles jako jsou vodní nádrže, zahradní altány, skleníky apod. Dalším typem příkladů jsou příklady a slovní úlohy na výpočet požadovaných koncentrací daných roztoků a v neposlední řadě i příklady na výpočet požadovaného množství sadbového materiálu při daném typu sponu a dané klíčivosti pro jednotlivé druhy rostlin. Dílčí úkoly u většiny příkladů mají současně za cíl u všech studentů a především pak u studentů s odlišným mateřským jazykem ověřit, zda jako budoucí zahradníci zvládají bez větších problémů převody délkových, plošných i objemových jednotek a jsou schopni počítat jednoduché příklady na poměry, přímou a nepřímou úměru a procenta.

Jednotlivá témata obsahují vždy „teoretickou část“, která obsahuje základní matematické vztahy charakteristické pro danou oblast a 2-3 příklady, na kterých si studenti mohou ověřit jejich správné pochopení a osvojení. Součástí všech příkladů je i jejich řešení a uvedení výsledků.

Na konci každého tématu jsou ve formě krátkého závěru stručně shrnuty a zhodnoceny vlastní poznatky a zkušenosti z daného tématu a postřehy samotných studentů, které měli možnost vyjádřit prostřednictvím dotazníku na „zpětnou vazbu“ (viz Příloha č. 1). Některé hodiny probíhaly za přímé účasti kouče projektu ing. Jiřiny Hermové, s jejíž pomocí jsme se snažili docílit rychlejšího a snazšího pochopení probíraných témat právě u studentů s OMJ. Několik momentek z průběhu výukových hodin je součástí přiložené fotodokumentace (viz Příloha č. 2).

Téma 1: obvody a obsahy rovinných útvarů, jednotky délky a obsahu

Název projektu: Zlepšení inkluze při výuce zahradnictví

Registrační číslo projektu: CZ.07.4.68/0.0/0.0/16_037/0000291
KA01

Téma 1: Slovní úlohy, početní příklady – obvody a obsahy rovinných útvarů

Cíl: na praktických příkladech z oblasti zahradnictví naučit žáky s odlišným mateřským jazykem (dále jen „OMJ“) počítat obvody a obsahy různých rovinných útvarů

Úvod

Mezi základní matematické rovinné útvary patří trojúhelníky, mnohoúhelníky a kružnice, resp. kruh. Dle klasifikace podle daných kritérií (např. délka strany, velikost vnitřních úhlů, apod.) dále rozlišujeme další „speciální“ typy rovinných útvarů. V případě trojúhelníků tak kromě obecného trojúhelníku existují i trojúhelníky s nějakou charakteristikou vlastností: rovnostranné, rovnoramenné, různostranné trojúhelníky nebo trojúhelníky ostroúhlé, pravoúhlé, tupoúhlé.

Podobně je tomu i v případě mnohoúhelníků, u kterých kromě obecných mnohoúhelníků v matematice rozlišujeme „speciální“ mnohoúhelníky jako jsou pravidelné mnohoúhelníky a čtyřúhelníky (čtverec/kosočtverec, obdélník/kosodélník, lichoběžník). U kruhu využíváme i jeho části jako jsou kruhová úseč nebo kruhová výseč.

Všechny tyto rovinné útvary mají přitom dvě základní charakteristiky – obvod a obsah. Pro každý typ rovinného útvaru je přesně definován matematický vztah, podle kterého lze jednoznačně určit hodnotu jeho obvodu a obsahu.

Pro studenty zahradnické školy, včetně studentů s odlišným mateřským jazykem, je znalost výpočtů obvodů a obsahů různých rovinných útvarů nezbytnou podmínkou pro úspěšný výkon jejich budoucí profese (projektování a realizace zahrad, výpočet množství pěstebního materiálu, zakládání pravého úhlu, dělení záhonů, apod.). Správné určení obvodu nebo obsahu daného rovinného útvaru současně vyžaduje znalost základních délkových a plošných jednotek a vzájemných převodů mezi nimi.

Rovinné útvary – obvod, obsah

1. Trojúhelník ABC (a, b, c … strany; v_a, v_b, v_c … výšky ; α, β, γ … vnitřní úhly)

- obvod: o = a + b + c (pozn.: rovnostranný trojúhelník … o = 3a)

- obsah: a) obecný trojúhelník – výpočet pomocí výšek

$$S = \frac{a \cdot v_a}{2} = \frac{b \cdot v_b}{2} = \frac{c \cdot v_c}{2}$$

b) obecný trojúhelník – Heronův vzorec

$$S = \sqrt{s \cdot (s-a) \cdot (s-b) \cdot (s-c)}\ , \text{ kde } s = \frac{a+b+c}{2}$$

c) obecný trojúhelník – výpočet pomoci sinu

$$S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot sin\alpha = \frac{1}{2} \cdot a \cdot c \cdot sin\beta = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot sin\gamma$$

d) obecný trojúhelník – další vztahy

$$S = \frac{abc}{4r}$$ (r … poloměr kružnice opsané)

$$S = \rho \cdot \frac{a+b+c}{2}$$ (ρ … poloměr kružnice vepsané)

e) pravoúhlý trojúhelník (a,b … odvěsny, c … přepona)

$$S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

f) rovnostranný trojúhelník

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot a^2$$

2. Mnohoúhelníky, pravidelné mnohoúhelníky (a … strana, n … počet vrcholů)

- obvod: $o = n \cdot a$

- obsah: a) pravidelný šestiúhelník

  $$S = \frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot a^2$$

  b) pravidelný n-úhelník (složený z n shodných trojůhelníků)

  $S = n \cdot S_{ABC}$, kde S_{ABC} je obsah jednoho dílčího trojúhelníku

3. Čtyřúhelníky (obecná charakteristika: 4 vrcholy, 4 strany)

speciální typy čtyřúhelníků … čtverec, obdélník, kosočtverec, kosodélník, lichoběžník

- obvod:

čtverec (strana a)	…	$o = 4 \cdot a$
obdélník (strany a, b)	…	$o = 2 \cdot (a+b)$
kosočtverec (strana a)	…	$o = 4 \cdot a$
kosodélník (strany a, b)	…	$o = 2 \cdot (a+b)$
lichoběžník (strany a, b, c, d)	…	$o = a + b + c + d$

- obsah:

čtverec (strana a)	…	$S = a^2$
obdélník (strany a, b)	…	$S = a \cdot b$
kosočtverec (strana a; úhlopř. e, f; výška v_a)	…	$S = a \cdot v_a$, $S = \frac{e \cdot f}{2}$
kosodélník (strany a, b; výšky v_a, v_b)	…	$S = a \cdot v_a$, $S = b \cdot v_b$
lichoběžník (strany a, b, c, d; výška v)	…	$S = \frac{(a+c) \cdot v}{2}$

4. Kruh, kružnice (S … střed, r … poloměr, d … průměr; vztah mezi r, d … $d = 2 \cdot r$)

- obvod: kružnice … $o = 2\pi r = \pi d$

  kružnicový oblouk (střed. úhel ω ve st.) … $o = \frac{\pi r \omega}{180°}$

- obsah: kruh … $S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$

  kruhová výseč (střed. úhel ω ve stupních) … $S = \frac{\pi r^2 \omega}{360°}$

Jednotky délky, jednotky obsahu – převody

1. Jednotky délky: kilometr (km), metr (m), decimetr (dm), centimetr (cm), milimetr (mm)

- „větší → menší“: 1 km = 1 000 m

  1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm

  1 dm = 10 cm = 100 mm

  1 cm = 10 mm

- „menší → větší“: 1 m = 0,001 km

  1 mm = 0,1 cm = 0,01 dm = 0,001 m

  1 cm = 0,1 dm = 0,01 m

  1 dm = 0,1 m

Pozn. 1: kromě převodu z „km → m“ pro každé 2 sousední délkové jednotky platí: „· 10“
Pozn. 2: při převodech typu „menší → větší“ platí analogicky: „:10“

2. Základní jednotky obsahu (plochy), tzv. „čtvereční jednotky“ (km^2, m^2, dm^2, cm^2, mm^2)

- „větší → menší“:

$1\ km^2 = 1\,000\,000\ m^2$

$1\ m^2 = 100\ dm^2 = 10\,000\ cm^2 = 1\,000\,000\ mm^2$

$1\ dm^2 = 100\ cm^2 = 10\,000\ mm^2$

$1\ cm^2 = 100\ mm^2$

- „menší → větší“:

$1\ m^2 = 0{,}000\,001\ km^2$

$1\ mm^2 = 0{,}01\ cm^2 = 0{,}000\,1\ dm^2 = 0{,}000\,001\ m^2$

$1\ cm^2 = 0{,}01\ dm^2 = 0{,}000\,1\ m^2$

$1\ dm^2 = 0{,}01\ m^2$

Pozn. 1: kromě převodu z „km^2 → m^2“ pro každé 2 sousední plošné jednotky platí: „$\cdot 100$“
Pozn. 2: při převodech typu „menší → větší“ platí analogicky: „:100“

3. Vedlejší jednotky obsahu (plochy) - hektar (ha), ar (a)

- „větší → menší“:

$1\ a = 100\ m^2$ (1 a = 10 m x 10 m)

$1\ ha = 100\ a = 10\,000\ m^2$ (1 ha = 100 m x 100 m)

- „menší → větší“:

$1\ m^2 = 0{,}01\ a = 0{,}000\,1\ ha$

1 a = 0,01 ha

Pozn.: plošné jednotky ar a hektar se používají především v oblasti zemědělství a lesnictví.

Příklad 1: Školní pozemek

Pro výuku odborného výcviku využívá Střední zahradnická škola pozemek o celkové výměře 1 323 m^2. Tento pozemek má tvar obdélníku, přičemž jedna z jeho stran má délku 27 m.

Na pozemku je dále postaven skleník s obdélníkovým půdorysem o obsahu 16 m^2, přičemž jeho delší strana je 4-krát delší než strana kratší. Vnitřní uspořádání skleníku je navrženo tak, že v něm studenti mohou využívat celkem 4 čtvercové záhony o délce strany 75 cm a 6 obdélníkových záhonů o rozměrech 75 cm a 190 cm.

Kromě skleníku jsou na pozemku dále 2 stejné plechové sudy na zachytávání dešťové vody (průměr sudu je 8 dm a výška sudu je 1,1 m) a zahradní altán s půdorysem ve tvaru šestiúhelníku o straně délky 1,5 m.

Úkoly/otázky

1. Výměru pozemku uveďte v arech (a) a hektarech (ha).
2. Kolik metrů měří delší strana pozemku?
3. Kolik rolí pletiva je potřeba koupit k oplocení pozemku, jestliže je nutné oplotit obě kratší a jednu delší stranu pozemku a na jedné roli pletiva je natočeno 10 m pletiva? Kolik Kč bude potřeba na pořízení pletiva, pokud jedna role pletiva stojí 1 600 Kč?
4. Jaké rozměry má skleník umístěný na pozemku?
5. Kolikrát je plocha pozemku větší než plocha půdorysu skleníku (výsledek zaokrouhlete na desetiny)?
6. Jaká je celková plocha (m^2) všech 10 záhonů ve skleníku a kolik procent tvoří plocha těchto záhonů z celkové plochy půdorysu skleníku?
7. V jakém poměru jsou ve skleníku plochy čtvercových a obdélníkových záhonů?
8. Jak velkou plochu (v dm^2) zabírají na pozemku oba sudy na dešťovou vodu?
9. Vždy na začátku školního roku studenti natírají oba sudy barvou proti korozi. Kolik litrů barvy je potřeba koupit, jestliže na 1 m^2 plochy je potřeba 0,3 l barvy? Studenti přitom natírají sudy i zevnitř a sudy nemají žádná víka.
10. Jakou celkovou plochu zabírají na školním pozemku skleník, sudy na dešťovou vodu a zahradní altán? Výsledek vyjádřete jak absolutně (v m^2), tak i relativně (v % z celkové plochy školního pozemku).

Řešení, výsledky

1. Platí: 1 323 m^2 = **13,23 a = 0,1323 ha**.
2. Obsah obdélníku … $S = a \cdot b$ ($a = 27$ m, $b = ?$), tzn. $b = S/a = 1\,323/27$ m = **49 m**.
3. Potřebná délka pletiva … $o = a + a + b = 27$ m + 27 m + 49 m = **103 m**.

Potřebný počet rolí pletiva (1 role = 10 m) … 103/10 = 10,3 rolí … **11 rolí pletiva.**
Cena 11 rolí pletiva (řešíme přes přímou úměru) … $11 \cdot 1\,600$ Kč = **17 600 Kč**.

4. Rozměry skleníku (řešíme pomocí vztahu pro výpočet obsahu obdélníku $S = a \cdot b$), kde $b = 4a$, tzn. $S = 4a^2$. Po dosazení a vyjádření a dostaneme: **a = 2 m, b = 8 m**.
5. Platí: S (pozemek) / S (půdorys skleníku) = 1 323 m^2 / 16 m^2 = 82,6875 , po zaokrouhlení na desetiny … plocha pozemku je **82,7-krát** větší než plocha půdorysu skleníku
6. Plocha 4 čtvercových záhonů: $S_1 = 4 \cdot a^2 = 4 \cdot 75^2$ cm^2 = 22 500 cm^2 = 2,25 m^2 , plocha 6 obdélníkových záhonů: $S_2 = 6 \cdot a \cdot b = 6 \cdot 75 \cdot 190$ cm^2 = 85 500 cm^2 = 8,55 m^2 , plocha všech 10 záhonů ve skleníku: $S = S_1 + S_2$ = 2,25 m^2 + 8,55 m^2 = **10,8 m^2** .
Vyjádření (v %) plochy všech 10 záhonů (10,8 m^2) vzhledem k ploše půdorysu skleníku řešíme pomocí trojčlenky nebo přes 1 % (základ je 16 m^2 a plocha záhonů 10,8 m^2 je procentová část) … p = (10,8/16) · 100 % = **67,5 %** .
7. Poměr ploch čtvercových a obdélníkových záhonů ve skleníku … $S_1 : S_2$ = 2,25 : 8,55 = = 225 : 855 = **45 : 171** .
8. Plocha dna 1 sudu … … $S_3 = \pi r^2$, resp. $S_3 = \pi d^2/4$, kde r je poloměr dna sudu a d jeho průměr (platí: $r = d/2$, tzn. r = 4 dm), plocha 2 sudů na pozemku … $2 \cdot S_3 = 2\pi \cdot 4^2$ dm^2 = 32π dm^2 , tzn. přibližně **100,5 dm^2** .
9. Rovinné útvary, které studenti natírají … kruh (dno sudu) o poloměru r = 4 dm a obdélník (plášť sudu) o rozměrech $a = 2\pi r$ (obvod dna, tzn. kružnice) a $b = v$ = 1,1 m (výška sudu) , sudy jsou přitom 2 a natírám je zvenčí i zevnitř, tzn. výsledek musím násobit celkem 4-krát. Pro celkovou plochu k natření 2 sudů tak platí: $S_4 = 4 \cdot (S_3 + a \cdot b) = 4 \cdot (\pi r^2 + 2\pi r \cdot v) = 4\pi r \cdot (r + 2v)$, po dosazení … $S_4 = 4\pi \cdot 0{,}4 \cdot (0{,}4 + 2{,}2)$ m^2 = $4{,}16\pi$ m^2 , po zaokrouhlení 13,1 m^2 .
Požadované množství barvy k natření 2 sudů (řešíme pomocí přímé úměry) … 13,1 · 0,3 l = = 3,93 l , po zaokrouhlení **4 l barvy**.
10. Plocha altánu (půdorys ve tvaru šestiúhelníku o straně a = 1,5 m) … $S_5 = (3\sqrt{3}/2) \cdot a^2$, po dosazení a zaokrouhlení S_5 = 6 m^2 , celková plocha (skleník, 2 sudy, altán) - absolutně … S_v = 16 m^2 + $2 \cdot 1$ m^2 + 6 m^2 = **24 m^2** , relativní vyjádření v % (trojčlenka nebo přes 1 %) … (24/1 323)·100 % = **1,8 %** .

Příklad 2: Hrušňový sad

Hrušňový sad tvaru rovnoramenného trojúhelníku má na plánku v měřítku 1 : 500 rozměry 240 mm, 150 mm, 150 mm.

Na jedné polovině celkové plochy sadu jsou vysázené hrušně odrůdy Lucasova a na dvou třetinách zbylé plochy sadu jsou stromy hrušně odrůdy Konference. Na zbylé ploše sadu ovocnář pěstuje 3. odrůdu hrušní, a tou je hrušně Williamsova.

Všechny 3 odrůdy hrušně jsou vysázené ve stejném obdélníkovém sponu (5 m x 7 m), tzn. na 1 strom hrušně připadá 35 m^2 plochy sadu.

Úkoly/otázky

1. Jaké jsou v metrech skutečné rozměry hrušňového sadu?
2. Kolik běžných metrů pletiva je potřeba na jeho oplocení?
3. Jaká je výměra hrušňového sadu? Výsledek uveďte v hektarech, arech i v metrech čtverečních.
4. Na jak velké ploše sadu pěstuje ovocnář hrušně odrůdy Williamsova?
5. Kolik je v sadu hrušní odrůdy Konference? Výsledek zaokrouhlete matematicky na jednotky ks.

Řešení, výsledky

1. Tvar sadu … rovnoramenný trojúhelník ABC (a, b … ramena, c … základna)
   Platí: a = b = 500·150 mm = 75 000 mm = **75 m**
   c = 500·240 mm = 120 000 mm = **120 m**
2. Délka pletiva potřebného na oplocení sadu: o = a + a + c = 75 m + 75 m + 120 m = **270 m**
3. Nejdříve podle Pythagorovy věty „ $v_c^2 + (c/2)^2 = a^2$ “ spočítáme velikost výšky v_c: v_c = 45 m.
   Následně spočítáme výměru sadu podle vzorce pro obsah trojúhelníku S = c·v_c/2:
   S = 120 m · 45 m / 2 = **2 700 m^2 = 27 a = 0,27 ha.**
4. Plocha Williamsova (S_3) = výměra sadu (S) – plocha Lucasova (S_1) – plocha Konference (S_2) ,
   kde $S_1 = S/2$ (plolovina výměry sadu) a $S_2 = (2/3)\cdot(S - S_1) = (2/3)\cdot(S/2) = (2/3)\cdot S_1$,
   po dosazení: Lucasova … S_1 = 1 350 m^2 , Konference … S_2 = 900 m^2 .
   Výměra plochy sadu s odrůdou Williamsova: $S_3 = S - S_1 - S_2$ = **450 m^2** .
5. Počet hrušní odrůdy Konference (přímá úměra) … n = 900 m^2 / 35 m^2 = 25,71 ,
   po zaokrouhlení **26 ks** stromů.

Příklad 3: Zahrádkářský skleník

Zahrádkářský skleník o rozměrech 3 m (šířka) x 6 m (délka) má štít ve tvaru, který získáme složením dvou rovinných útvarů:

- rovnoramenného lichoběžníku o základnách $a_1 = 3$ m, $c_1 = 2{,}5$ m a o výšce $v_1 = 1{,}5$ m a
- rovnoramenného trojúhel. s délkou základny $c_2 = c_1 = 2{,}5$ m a rameny o délce $a_2 = b_2 = 1{,}4$ m.

Boční stěny a střechu skleníku tvoří vždy 2x2 stejné obdélníky.

Vypočítejte kolik m^2 skla bude potřeba na zasklení celého skleníku (včetně obou štítů), jestliže na odpad připadá 15 % z celkové zasklené plochy skleníku.

Řešení

Celý skleník si lze rozložit na následující rovinné útvary:

- lichoběžníková část štítu ($a_1 = 3$ m, $c_1 = 2{,}5$ m a $v_1 = 1{,}5$ m) … 2-krát ($2S_1$)
- trojúhelníková (rovnoramenný troj.) část štítu ($a_2 = b_2 = 1{,}4$ m, $c_2 = c_1 = 2{,}5$ m) …2-krát ($2S_2$)
- obdélníková „boční“ stěna o rozměrech 6 m a x m … 2-krát ($2S_3$)
- obdélníková „střešní“ stěna o rozměrech 6 m a 1,4 m … 2-krát ($2S_4$)

Celkovou zasklenou plochu skleníku pak určíme jakou součet obsahů těchto dílčích rovinných útvarů, tj. $S = 2S_1 + 2S_2 + 2S_3 + 2S_4$.

Výpočet dílčích obsahů jednotlivých rovinných útvarů:

1. lichoběžníková část štítu skleníku … $S_1 = (a_1+c_1)\cdot v_1/2 = 4{,}125\ m^2$
2. trojúhelníková (rovnoramenný troj.) část štítu … $S_2 = c_1\cdot v_c/2$, kde v_c spočítáme podle Pythagorovy věty „ $v_c^2 + (c_1/2)^2 = a_2^2$ “: $v_c = 0{,}63$ m (po zaokrouhlení).
   Následně spočítáme obsah S_2 … $S_2 = 0{,}7875\ m^2$.
3. obdélníková „boční“ stěna … $S_3 = a_3 \cdot b_3$, kde $a_3 = 6$ m a délku druhé strany obdélníku b_3 musíme opět dopočítat podle Pythagorovy věty (vycházíme přitom z vlastností rovnoramenného lichoběžníku): $b_3^2 = v_1^2 + ((a_1 - c_1)/2)^2$, tzn. po dosazení $b_3 = 1{,}52$ m (zaokr.)
   Následně spočítáme obsah S_3 … $S_3 = 9{,}12\ m^2$.

4. obdélníková „střešní“ stěna … $S_4 = a_4 \cdot b_4$, kde $a_4 = a_3 = 6$ m a $b_4 = b_2 = 1{,}4$ m ,
   po dosazení … $S_4 = 8{,}4\ m^2$.

Celková zasklená plocha skleníku: $S = 2S_1 + 2S_2 + 2S_3 + 2S_4 = 2(S_1+S_2+S_3+S_4) =$ **44,9 m^2**

Množství potřebného skla (S_v) na zasklení celého skleníku při odpadu 15 % ze zasklené plochy dopočítáme s využitím trojčlenky podle násl. vztahu: **S_v** $= 1{,}15\cdot S =$ **51,6 m^2** (po zaokrouhlení).

Závěr, zpětná vazba (dotazník)

Na základě vyhodnocení dotazníků „zpětné vazby“ všichni studenti potvrdili, že příklady na výpočet obvodů a obsahů rovinných útvarů patří mezi tu část matematiky, se kterou se budou jako budoucí zahradníci ve výkonu své profese setkávat téměř každodenně. Zvolené příklady a slovní úlohy tak vesměs všichni označili za vhodně zvolené a poutavé (85 %) a nikdo z nich nezpochybňoval jejich osobní přínos.

Současně však většina z nich tyto příklady a slovní úlohy označila jako „obtížné“ (70 %) a někteří dokonce jako „velmi obtížné“ (10 %), což není příliš optimistické zjištění. Ve vyhodnocení „zpětné vazby“ přitom nebyly žádné významné rozdíly mezi studenty české národnosti a studenty s OMJ. Nicméně vyhodnocení dotazníků reflektuje i samotný průběh výukových hodin, v rámci kterých studenti dané příklady a slovní úlohy počítali, a to jak individuálně, tak i ve skupinách.

Úkoly a otázky k jednotlivým příkladům a slovním úlohám byly záměrně voleny tak, aby kromě samotného výpočtu obvodů a obsahů rovinných útvarů u studentů ověřily zvládnutí dalších základních matematických znalostí jako je výpočet poměrů a měřítek, využití přímé a nepřímé úměry (trojčlenky) a v neposlední řadě i výpočet procent. Zvolené příklady a slovní úlohy byly navíc koncipovány tak, aby studenti prokázali, že jako budoucí zahradníci zvládají bez větších problémů volbu vhodných délkových a plošných jednotek, případně jejich převod na jednotky „větší“ nebo „menší“.

Samotný průběh výukových hodin ukázal (a „zpětná vazba“ to potvrdila), že většina studentů není schopna podobný typ příkladů a slovních úloh samostatně vyřešit. Problémy studentům činily už samotné převody jednotek a přibližně polovina z nich nebyla schopna ani určit odpovídající matematický vzorec pro výpočet obvodu nebo obsahu daného rovinného útvaru. V případě dílčích úkolů na výpočet poměrů, zlomků, procent a přímé a nepřímé úměry to bylo podobné. Opět přitom nelze říci, že by existovaly nějaké zásadní rozdíly mezi studenty „s“ nebo „bez“ OMJ. Většinu dílčích úkolů museli studenti řešit ve skupině (individuálně to nezvládali) a některé z úkolů dokonce společně jako celá třída.

Za uspokojivé lze alespoň považovat skutečnost, že žádný ze studentů, budoucích zahradníků, nezpochybňoval vhodnost vybraného tématu a jeho užitečnost pro výkon jejich budoucí profese, což nelze říci v případě některých jiných oblastí středoškolské matematiky (exponenciální a logaritmické funkce a rovnice, goniometrické funkce a rovnice apod.)

Téma 2: povrchy a objemy těles, jednotky povrchu a objemu

Název projektu: Zlepšení inkluze při výuce zahradnictví

Registrační číslo projektu: CZ.07.4.68/0.0/0.0/16_037/0000291
KA01

Téma 2: Slovní úlohy, početní příklady – povrchy a objemy těles

Cíl: na praktických příkladech z oblasti zahradnictví naučit žáky s odlišným mateřským jazykem (dále jen „OMJ“) počítat povrchy a objemy různých prostorových těles

Úvod

Mezi základní matematická tělesa patří hranoly (pravidelné nebo kolmé) včetně jeho dvou speciálních typů v podobě krychle a kvádru, pravidelné mnohostěny, jehlany, válce, kužele a koule. Kromě těchto těles existuje ještě řada jejich dalších „podtypů“ jako jsou například komolý jehlan, komolý kužel, kulová úseč, výseč, vrstva, pás nebo kulový vrchlík apod. V případě pravidelných mnohostěnů rozlišujeme pravidelný čtyřstěn (tetraedr), šestistěn (hexaedr), osmistěn (oktaedr) atd.

Všechna tato prostorová tělesa mají přitom dvě základní charakteristiky – objem a povrch. Pro většinu těchto pravidelných těles je přesně definován matematický vztah, podle kterého lze jednoznačně určit hodnotu jeho objemu a povrchu. Objem tělesa je kladné číslo vyjadřující, kolikrát je těleso prostornější než jednotková krychle. Povrch tělesa je zase kladné číslo vyjadřující počet jednotkových čtverců potřebných k pokrytí celého „povrchu“ daného tělesa.

Pro studenty zahradnické školy, včetně studentů s odlišným mateřským jazykem, je znalost výpočtů objemů a povrchů různých těles nezbytnou podmínkou pro úspěšný výkon jejich budoucí profese (projektování a realizace zahrad, výpočet požadovaného množství substrátů, hnojiv, mulčovací kůry apod.). Správné určení objemu nebo povrchu daného tělesa vyžaduje znalost základních plošných a prostorových jednotek a vzájemných převodů mezi nimi.

Tělesa – objemy, povrchy

1. Hranol (S_p … obsah podstavy, S_{pl} … obsah pláště hranolu, v … výška hranolu)

- objem: $V = S_p \cdot v$
- povrch: $S = 2S_p + S_{pl}$

speciální typy hranolů (krychle, kvádr)

a) krychle (kolmý čtyřboký hranol s obdélníkovou nebo čtvercovou podstavou)

- objem: $V = a^3$ (a … délka podstavné hrany)
- povrch: $S = 6a^2$

b) kvádr (pravidelný kolmý čtyřboký hranol s výškou shodnou s délkou podst. hrany)

- objem: $V = a \cdot b \cdot c$ (a, b, c … délka, výška, šířka)
- povrch: $S = 2 \cdot (a{\cdot}b + a{\cdot}c + b{\cdot}c)$

2. Jehlan (S_p … obsah podstavy, S_{pl} … obsah pláště jehlanu, v … výška jehlanu)

- objem: $V = \frac{1}{3} \cdot S_p \cdot v$
- povrch: $S = 2S_p + S_{pl}$

speciální typy jehlanů (pravidelný čtyřboký jehlan, pravidelný čtyřboký komolý jehlan)

a) pravidelný čtyřboký jehlan (a … délka podstavné hrany)

- objem: $V = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot v$
- povrch: $S = a^2 + a\sqrt{4v^2 + a^2}$

b) pravidelný čtyřboký komolý jehlan (a, b … délky podst. hran, v … výška jehlanu)

- objem: $V = \frac{1}{3} \cdot v \cdot (a^2 + ab + b^2)$
- povrch: $S = a^2 + b^2 + 2 \cdot (a + b) \cdot v_s$ (v_s … výška boční stěny)

3. Pravidelný čtyřstěn (a … délka hrany čtyřstěnu)

- objem: $V = a^3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{12}$
- povrch: $S = a^2 \cdot \sqrt{3}$

4. Válec (r … poloměr podstavy, v … výška válce)

- objem: $V = \pi r^2 v$
- povrch: $S = 2\pi r^2 + 2\pi r v$

5. Kužel (r … poloměr podstavy, v … výška kužele, s … strana kužele)

- objem: $V = \pi r^2 v$
- povrch: $S = 2\pi r^2 + 2\pi r v$

speciální typ kužele: komolý kužel (r_1, r_2 ... poloměry podstav)

- objem: $V = \frac{\pi v}{3} \cdot (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$
- povrch: $S = \pi r_1^2 + \pi r_2^2 + \pi s \cdot (r_1 + r_2)$

6. Koule (S … střed koule, r … poloměr koule)

- objem: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$
- povrch: $S = 4\pi r^2$

Jednotky objemu – převody

1. Základní jednotky objemu, tzv. „krychlové jednotky“ (km^3, m^3, dm^3, cm^3, mm^3)

- „větší → menší“:

$1\ km^3 = 1\,000\,000\,000\ m^3 = 10^9\ m^3$

$1\ m^3 = 1\,000\ dm^3 = 1\,000\,000\ cm^3 = 1\,000\,000\,000\ mm^3$

$1\ dm^3 = 1\,000\ cm^3 = 1\,000\,000\ mm^3$

$1\ cm^3 = 1\,000\ mm^3$

- „menší → větší“:

$1\ m^3 = 0{,}000\,000\,001\ km^3 = 10^{-9}\ km^3$

$1\ mm^3 = 0{,}001\ cm^3 = 0{,}000\,001\ dm^3 = 0{,}000\,000\,001\ m^3$

$1\ cm^3 = 0{,}001\ dm^3 = 0{,}000\,001\ m^3$

$1\ dm^3 = 0{,}001\ m^3$

Pozn. 1: kromě převodu z „$km^3 \rightarrow m^3$“ pro každé 2 sousední plošné jednotky platí: „$\cdot 1000$“
Pozn. 2: při převodech typu „menší → větší“ platí analogicky: „:1000“

2. Vedlejší jednotky objemu - hektolitr (hl), litr (l), decilitr (dl), centilitr (cl), mililitr (ml)

- „větší → menší“: 1 hl = 100 l

  1 l = 10 dl = 100 cl = 1 000 ml

  1 dl = 10 cl = 100 ml

  1 cl = 10 ml

- „menší → větší“: 1 l = 0,01 hl

  1 ml = 0,1 cl = 0,01 dl = 0,001 l

  1 cl = 0,1 dl = 0,01 l

  1 dl = 0,1 l

Pozn.: Jednotky hl, l, dl, cl, ml patří mezi starší objemové jednotky, tzv. jednotky „duté míry“.

Příklad 1: Rodinná zahrada

Na obdélníkovou zahradu o rozměrech 35 m a 12 m napršely 4 mm vody. Stejné množství srážek (2 mm) napršelo i na střechu domu stojícího vedle zahrady. Střecha domu je obdélníkového tvaru o rozměrech 9 m a 12 m a pomocí střešních okapů je získávána dešťová voda i z její plochy. Voda se zachytává do dešťového sudu o průměru 80 cm a výšce 1,2 m. Z důvodu sklonu střechy tvoří její „účinná plocha“ (plocha využitá k zachytávání dešťové vody) 75 % z celkové plochy střechy.

Úkoly/otázky

1. Kolik hektolitrů vody napršelo na zahradu?
2. Kolik hektolitrů vody se podařilo získat ze střechy domu?
3. Naplnila voda získaná ze střechy domu sud na dešťovou vodu? Pokud ne, vyjádřete, z kolika procent je sud naplněný.
4. Kolik desetilitrových konví odpovídá množství vody napršenému na plochu zahrady?
5. Kolik bychom zaplatili za zalití zahrady stejným množstvím vody z vodovodu, jestliže za 1 m^3 pitné vody zaplatíme 92 Kč a platíme ještě i vodné a stočné 37 Kč? Při výpočtu uvažujte nejenom vodu napršenou na plochu zahrady, ale i vodu zachycenou do sudu z plochy střechy.

Řešení, výsledky

1. Tvar napršeného tělesa … kvádr o výšce 4 mm, tzn. pro objem platí: $V = a \cdot b \cdot c$ (a = 35 m, b = 12 m, c = 4 mm = 0,004 m), tzn. V = 35 m · 12 m · 0,004 m = 1,68 m^3 = 1 680 l = **16,8 hl.**
2. Objem napršeného tělesa … 75 % z kvádru o rozměrech 9 m, 12 m a výšce 4 mm, tzn.: V = 0,75 · 9 m · 12 m · 0,004 m = 0,324 m^3 = 324 l = **3,24 hl.**
3. Dešťový sud … válec, tzn. objem sudu: $V = \pi r^2 v$ (r = d/2 = 40 cm = 0,4 m, v = 1,2 m), tzn. V = π · 0,16 · 1,2 m^3 = 0,603 m^3 = 6,03 hl (po zaokrouhlení). Platí: 3,24 hl < 6,03 hl , tzn. voda ze střechy se do sudu vešla (sud nepřetékal). Sud je vodou ze střechy naplněn ze (3,24/6,03) · 100 % = **53,7 %** , tzn. přibližně z poloviny (výpočet: trojčlenka, resp. přes 1 %).
4. Počet konví (10 l) odpovídající množství vody napršenému na plochu zahrady … řeším s využitím přímé úměry (10 l … konev, 1 680 l … x konví). Platí: x = 1680/10 = **168 konví.**
5. Celkový objem napršené vody (na zahradu i střechu): 16,8 hl + 3,24 hl = 20,04 hl = 2 004 1 = 2 m3 (po zaokrouhlení). Cena pitné vody (včetně vodného a stočného) odpovídající množství napršené vody (přímá úměra, resp. trojčlenka): 2·(92 Kč + 37 Kč) = **258 Kč.**

Příklad 2: Květináče

Střední zahradnická škola si pořídila 3 druhy nových květináčů ve tvaru rotačního válce (10 ks) komolého kužele (5 ks) a komolého čtyřbokého jehlanu se čtvercovou podstavou (10 ks). Květináče mají následující rozměry:

- květináč 1 (rotační válec) – průměr 25 cm, výška 30 cm,
- květináč 2 (komolý kužel) - průměry podstav 25 cm a 30 cm, výška 35 cm,
- květináč 3 (komolý jehlan) – strany podstav 25 cm a 35 cm, výška 30 cm.

Všechny květináče využila škola k osázení okrasnými dřevinami a kromě květináčů tak zakoupila i vhodný substrát. Substrát pro okrasné dřeviny lze přitom pořídit v pytlích o objemu 55 litrů a 1 takový pytel substrátu stojí 99 Kč. Hustota substrátu je 0,65 kg/l.

Úkoly/otázky

1. Jaké jsou objemy (v litrech) jednotlivých typů květináčů?
2. Kolik kg váží jednotlivé typy květináčů po okraj naplněné substrátem? (hmotnost samotného květináče neuvažujte)
3. Kolik kg substrátu je potřeba na naplnění jednotlivých typů květináčů?
4. Kolik pytlů substrátu je potřeba koupit na naplnění všech květináčů?
5. Jaký největší počet naplněných květináčů můžeme umístit na polici s nosností 50 kg?

Řešení, výsledky

1. Objemy vypočítáme s využitím vzorců pro výpočet objemů jednotlivých typů těles:
   - typ 1 (rotační válec): $V_1 = \pi r^2 v$ (r … poloměr podstavy, v … výška válce) po dosazení: $\mathbf{V_1} = \pi \cdot 12{,}5^2 \cdot 30$ cm^3 = 14 726 cm^3 = **14,7 l** (po zaokrouhlení),
   - typ 2 (komolý kužel): $V_2 = \frac{\pi v}{3} \cdot (r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2)$ (r_1, r_2 … poloměry podstav, v … výška kužele) po dosazení: $\mathbf{V_2} = \frac{35\pi}{3} \cdot (12{,}5^2 + 12{,}5 \cdot 15 + 15^2)$ cm^3 = 20 846 cm^3 = **20,8 l** (po zaokrouhlení),
   - typ 3 (komolý jehlan): $\mathbf{V_3} = \frac{1}{3} \cdot v \cdot (a^2 + ab + b^2) = \frac{1}{3} \cdot 30 \cdot (25^2 + 25 \cdot 35 + 35^2)$ cm^3 = = 27 250 cm^3 = **27,25 l .**
2. S využitím znalosti vztahu pro výpočet hmotnosti $m = \rho \cdot V$ (ρ je hustota a V objem tělesa) a znalosti velikostí objemů jednotlivých typů květináčů dopočítáme hmotnosti m_1, m_2 a m_3.
   Výsledek: $\mathbf{m_1}$ = 0,65 · 14,7 kg = **9,6 kg** (po zaokrouhlení)
   $\mathbf{m_2}$ = 0,65 · 20,8 kg = **13,5 kg** (po zaokrouhlení)
   $\mathbf{m_3}$ = 0,65 · 27,25 kg = **17,7 kg** (po zaokrouhlení).
3. Celkové množství substrátu potřebného k osazení 25 ks (10+5+10) květináčů všech 3 typů: **m** = $10m_1 + 5m_2 + 10m_3$ = 96 kg + 67,5 kg + 177 kg = **340,5 kg .**
4. Platí: 1 pytel substrátu … 55 l substrátu … 55·0,65 kg = 35,75 kg .
   S využitím přímé úměry (trojčlenky) dopočítáme počet pytlů substrátu potřebných k osázení květináčů: n = 340,5 / 35,75 = 9,52 , tzn. po zaokrouhlení: **10 pytlů substrátu**.
5. Jako první začnu dávat na polici nejlehčí květináče, tzn. květináče typu 1 (tvar rotačního válce) a do 50 kg se mi jich vejde **maximálně 5** (5·9,6 kg = 48 kg) , jelikož při 6 květináčích už by byla jejich celková hmotnost 57,6 kg (tzn. nad požadovanou hranici 50 kg).

Příklad 3: Bazén

Pro instalaci bazénu je potřeba na zahradě o výměře 650 m^2 vyhloubit jámu o rozměrech 4 m (šířka), 6,5 m (délka) a 1,9 m (hloubka). Do jámy je následně pomocí jeřábu uložen bazén ve tvaru kvádru, ve kterém je při hloubce 150 cm 22,5 m^3 vody. Šířka bazénu je přitom o 2 m menší než jeho délka. Jáma pro bazén byla vyhloubena pomocí stavebního bagru, jehož 1 provozní hodina stojí 2 500 Kč.

Úkoly/otázky

1. Kolik krychlových metrů (kubíků) zeminy bylo potřeba vybagrovat pro vyhotovení jámy pro instalaci bazénu?
2. Jak dlouho (hodiny) trvalo vybagrování jámy, jestliže bagr vyhloubil v průměru 8 m^3 za hodinu?
3. Kolik Kč bylo potřeba zaplatit za samotné vybagrování jámy pro bazén?

4. Jaké jsou rozměry dna bazénu instalovaného do jámy?
5. Jak velkou část tvoří objem vody v bazénu vzhledem k objemu vyhloubené jámy? Výsledek vyjádřete zlomkem v základním tvaru a v procentech (zaokrouhlete na 1 desetinné místo).
6. Jak velkou část tvoří plocha dna bazénu vzhledem k ploše zahrady? Výsledek opět vyjádřete zlomkem v základním tvaru a v procentech zaokrouhlených na 1 desetinné místo.
7. Kolik litrů barvy je potřeba na nátěr všech vnitřních stěn bazénu (včetně dna bazénu), jestliže na 1 m^2 plochy se vypotřebuje 4 dl barvy?
8. Jak velký poloměr a průměr by musela mít nádrž ve tvaru koule, do které bychom vypustili celý objem vody v bazénu?
9. Kolik by se vešlo do bazénu balíků slámy ve tvaru krychle o hraně 0,5 m?
10. Kolik m^2 zámkové dlažby je potřeba na vydláždění plochy kolem bazénu, jestliže podél delších stran bazénu chceme vydláždit pásy široké 1,5 m (z obou stran) a podél kratších stran bazénu chceme vydláždit z jedné strany pás široký 1 m a ze druhé strany pás široký 3 m?

Řešení, výsledky

1. Tvar jámy … kvádr, tzn. V = a·b·c , kde a = 4 m, b = 6,5 m, c = 1,9 m ,
   Platí: V = 4 m · 6,5 m · 1,9 m = **49,4 m^3** .
2. Řešíme s využitím přímé úměry, resp. trojčlenky (8 m^3 … 1 hod, 49,4 m^3 … x hod), tzn.
   x = 49,4 / 8 = **6,2 hod** (po zaokrouhlení).
3. Částka zaplacená za vybagrování jámy pro bazén (přímá úměra): 6,2 · 2 500 Kč = **15 500 Kč.**
4. Tvar bazénu … kvádr, tzn. V = a·b·c , kde V = 22,5 m^3, a = x, b = x+2 m, c = 150 cm = 1,5 m.
   Po dosazení dostaneme kvadr. rovnici: 22,5 = x·(x+2)·1,5 , kterou vyřešíme (x = 3 m).
   Rozměry dna bazénu: a = **3 m** (šířka), b = **5 m** (délka).
5. Vyjádření poměru objemů 22,5 m^3 a 49,4 m^3 : 22,5 / 49,4 = **225 / 494 = 45,5 %** (po zaokr.).
6. Plocha dna bazénu (obdélník) … S = a·b = 15 m^2 .
   Vyjádření poměru ploch 15 m^2 a 650 m^2 : 15 / 650 = **3 / 130 = 2,3 %** (po zaokr.).
7. Plocha určená k nátěru … 2 kratší stěny, 2 delší stěny a dno, tzn.: S = 2·a·c + 2·b·c + a·b ,
   kde a = 3 m, b = 5 m a c = 1,5 m , po dosazení: S = 39 m^2 .
   Potřebné množství barvy dopočítáme pomocí přímé úměry: x = 39·4 dl = 156 dl = **15,6 l** .
8. Pro objem koule platí: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ (V = 22,5 m^3), po dosazení a vyjádření r dostaneme:
   r = 1,75 m (po zaokrouhlení), **d = 3,5 m** (d = 2r) .
9. Na délku bazénu poskládáme vedle sebe 5/0,5 = 10 balíků, na šířku bazénu 3/0,5 = 6 balíků, tzn. na dno bazénu lze poskládat 6·10 = 60 balíků slámy. Při hloubce bazénu 1,5 můžeme do naplnění celého objemu bazénu vyskládat celkem 1,5/0,5 = 3 vrstvy balíků. Celkem se tak do bazénu vejde 3·60 = **180 balíků** slámy.
10. Plochu k vydláždění vypočítáme z rozdílu ploch 2 obdélníků (obdélník 1 … plocha dna bazénu, tzn. S_1 = 3 m · 5 m = 15 m^2 , obdélník 2 … plocha dna bazénu + vydlážděná plocha, tzn. S_2 = (3 m + 1,5 m + 1,5 m) · (5 m + 1 m + 3 m) = 6 m · 9 m = 45 m^2 .
    Plocha určená k vydláždění: S = $S_2 - S_1$ = 45 m^2 - 15 m^2 = **30 m^2** .

Závěr, zpětná vazba (dotazník)

Podobně jako v případě příkladů na výpočty obvodů a obsahů rovinných těles studenti v dotaznících potvrdili vhodnost a užitečnost příkladů na výpočet objemů a povrchů prostorových těles včetně převodů objemových a plošných jednotek. Současně však podobně studenti v dotaznících na „zpětnou vazbu" označili příklady a slovní úlohy na výpočet objemů a povrchů jako „obtížné" a „velmi obtížné".

Jako problém se u příkladů na prostorovou geometrii (stereometrii) ukázal fakt, že úspěšné vyřešení celé řady dílčích úkolů vyžaduje znalost geometrie v rovině (planimetrie). Pro studenty bylo tak velmi obtížné počítat povrchy těles bez znalosti matematických vztahů pro výpočet obsahů rovinných útvarů jako jsou trojúhelníky, kosodélníky, lichoběžníky apod. Komplikací byla i nízká úroveň znalostí v oblasti převodů jednotek. Velké rozdíly mezi jednotlivými studenty bylo možné sledovat i v jejich prostorové představivosti. Rozdíly však nebyly způsobeny odlišnostmi v mateřském jazyce, ale jednalo se spíše o dispoziční záležitost.

Zajímavé bylo zjištění, že podstatně lépe zvládali příklady a slovní úlohy na objemy a povrchy studenti, kteří v rámci své praxe připravovali pozemky nebo pěstební plochu ve skleníku, pokládali trávník, mulčovali apod. a měli tak možnost v reálu vidět (zažít), jak se počítá potřebné množství substrátu, rašeliny, mulčovací kůry apod. Naopak s velkými problémy zadané úkoly řešili studenti s vysokou absencí na odborném výcviku a s malým zájmem o zvolený studijní obor (zahradník). I v případě tohoto zjištění se potvrdilo, že na tyto rozdíly nemá vliv odlišnost v mateřském jazyce jednotlivých studentů.

Úkoly a otázky k jednotlivým příkladům a slovním úlohám byly voleny tak, aby kromě samotného výpočtu objemů a povrchů těles u studentů ověřily zvládnutí dalších základních matematických znalostí jako je výpočet jednoduchých rovnic, přímé a nepřímé úměry (trojčlenky) i výpočet procent. Zvolené příklady a slovní úlohy byly navíc koncipovány tak, aby studenti prokázali, že jako budoucí zahradníci zvládají bez větších problémů volbu vhodných objemových a plošných jednotek, případně jejich převod na jednotky „větší" nebo „menší". Většinu dílčích úkolů řešili studenti ve skupině.

Téma 3: Výpočet požadovaného množství sadbového materiálu

Název projektu: Zlepšení inkluze při výuce zahradnictví

Registrační číslo projektu: CZ.07.4.68/0.0/0.0/16_037/0000291
KA01

Téma 3: Slovní úlohy, početní příklady – výpočet požadovaného množství sadbového materiálu

Cíl: naučit žáky s OMJ vypočítat potřebné množství sadebního materiálu pro daný typ rostliny a sponu

Úvod

Pro výpočet požadovaného množství sadby k osázení určité plochy je potřeba znát dva základní údaje, a to velikost osazované plochy a typ sponu, v kterém chci požadovanou rostlinu sázet (rozlišujeme přitom tři základní typy sponů – čtvercový, obdélníkový nebo trojúhelníkový).

Požadované množství sadby pro jednotlivé typy sponů následně vypočítáme podle následujících vzorců:

1. čtvercový spon: $m = \frac{S}{a^2}$
2. obdélníkový spon: $m = \frac{S}{a.b}$
3. trojúhelníkový spon: $m = \frac{S}{a^2} \cdot 1{,}555$

legenda:
m … počet potřebných sazenic v ks
S … plocha určená k osázení
a … vzdálenost sazenic v řádku
b … vzdálenost řádků sazenic

Spony zeleniny (vzdálenost rostlin na řádku a mezi řádky,)

Spon zeleniny (vzdálenost rostlin na řádku a mezi řádky)

Označ např. : 20 x 20 = vzdálenost rostlin na řádku 20 cm a mezi řádky 20 cm

Zelenina	Vzdálenost v řádcích v cm	Vzdálenost mezi řádky v cm	Zelenina	Vzdálenost v řádcích v cm	Vzdálenost mezi řádky v cm
Mrkev	výsev řídce jednocení:5 cm	20 cm	Hlávkové zelí rané-pozdní	sázení 40 - 50 cm	40 - 50 cm
Petržel	výsev řídce jednocení:5 cm	20 cm	Kapusta máslová raná-pozdní	sázení 40 - 50 cm	40 - 50 cm
Pastinák	výsev řídce jednoc. 10 cm	30 cm	Kapusta růžičková	sázení 60 cm	60 cm
Celer bulvový	sázení 40 cm	40 cm	Kapusta kadeřavá	sázení 40 cm	50 cm
Celer řapíkatý	sázení 20 cm - 40 cm	30 - 40 cm	Kapusta barevná	sázení 40 cm	40 - 50 cm
Černý kořen	výsev řídce 2- 3 cm	30 cm	Brokolice raná-pozdní	sázení 40 - 50 cm	40 - 50 cm
Řepa salátová	výsev řídce jednoc. 8 cm	20 cm	Květák raný-pozdní	sázení 40 cm	50 cm
Ředkvička	výsev řídce !!!! jednoc. 4 – 5 cm	10 cm	Kedlubny rané-pozdní	sázení 25 cm	30 cm
Ředkev dle odrůdy	výsev řídce 10 – 15 cm	20 cm	Brukev gigant	sázení 30 cm	30 cm
Vodnice	výsev řídce jednoc. 10 cm	20 cm	Lilek rajče	sázení 30 cm	30 cm
Tuřín	sázení 40 cm	40 cm	Tykev keříčková cuketa, patison..	sázení 40 cm	50 cm
Čekanka salátová	výsev řídce jednoc. 20 cm	30 cm	Tykev plazivá olejná, dyně…	sázení 90 cm	90 cm
Pažitka	výsev řídce nebo sázení trsů 20cm	20 cm	Bob	výsev řídce 10 cm	50 cm
Pór	sázení 5 – 10 cm	30 cm	Sója	výsev řídce 10 cm	20 cm
Cibule	výsev řídce	15 – 20 cm	Čočka	výsev řídce řídce do hnízd	15 cm
Cibule sazečka	sázení 10 cm	20 cm	Fazol Hrách	20 cm do hnízd 30cm	40 cm 40 cm
Špenát	výsev řídce 10 cm	20 cm	Mangold	výsev řídce 10-20 cm	20 cm
Kozlíček polníček	výsev řídce 5 - 10 cm	10 cm	Kopr	Výsev řídce Značkovací r.	15 cm
Salát listový	výsev řídce nebo sázení 20 cm	20 cm	Zelí čínské zelí pekingské	sázení 25 cm	40 cm
Salát hlávkový	sázení 20 cm	30 cm	Kukuřice cukrová, pukancová	výsev- sázení 40 cm	80 cm

zdroj: is.muni.cz (Informační systém Masarykovy univerzity – Elportál))

Příklad 1: Školní zahrada

V rámci výuky odborného výcviku připravili studenti 3. ročníku celkem 3 záhony k jarní výsadbě zeleniny. K dispozici měli celkem 60 m^2 plochy, které upravili následujícím způsobem:

- záhon 1 – tvar obdélníku o rozměrech 2 m a 8 m,
- záhon 2 – tvar čtverce o dálce strany 3 m,
- záhon 3 – tvar kruhu o průměru 4 m,

15 % z plochy pozemku bylo využito pro cestičky a pěšinky mezi jednotlivými záhony a zbylou plochu pozemku studenti oseli trávou. Jednotlivé záhony byly osázeny následujícím druhem zeleniny a typem sponu:

- záhon 1: kedlubny – trojúhelníkový spon se vzdáleností mezi sazenicemi 30 cm,
- záhon 2: cibule sazečka – obdélníkový spon 10 cm x 20 cm,
- záhon 3: salát listový – čtvercový spon 20 cm x 20 cm,

S využitím vztahů pro výpočet obsahů a počtu sazenic pro jednotlivé typy sponů řešte následující úkoly.

Úkoly/otázky

1. Kolik m^2 tvoří plocha samotných záhonů určených k výsadbě jednotlivých druhů zeleniny? Kolik % představuje tato plocha z plochy pozemku (60 m^2)?
2. Jak velká plocha pozemku (m^2) byla oseta travní směsí?
3. Kolik sazenic jednotlivých druhů zelenin bude potřeba k osázení jednotlivých záhonů? Požadované počty sazenic zaokrouhlete na celé desítky směrem nahoru.
4. Jaké budou celkové náklady na pořízení sazenic jednotlivých druhů zeleniny, jestliže 1 sazenice kedlubny byla pořízena za 2,50 Kč, 1 sazenice salátu stála 3,50 Kč a 1 kg sazečky cibule škola pořídila za 80 Kč a pro výsadbu bylo potřeba ¾ balení?
5. Vypěstovaný salát i kedlubny škola nabídla školní jídelně k dalšímu zpracování. Jak velkou částku tím škole ušetřila, je-li pořizovací cena hlávkového salátu 10 Kč a jednu kedlubnu lze pořídit za 8 Kč (ceny platné pro období jaro 2019)?

Řešení/výsledky

1. Výslednou plochu vypočítáme jako součet ploch jednotlivých záhonů, tzn.:
   S = S(záhon1-obdélník) + S(záhon2-čtverec) + S(záhon3-kruh) = $a \cdot b + a^2 + \pi r^2 =$
   $= 16\ m^2 + 9\ m^2 + 4\pi\ m^2 =$ **37,6 m²** (po zaokrouhlení).
   Vyjádření plochy záhonů v % z plochy pozemku (trojčlenka, resp. přes 1 %): 37,6/60 · 100 % = **62,7 %** (po zaokrouhlení).
2. Plocha osetá trávou: S = S(pozemek) – S(záhony) – S(cestičky,pěšinky) =
   $= 60\ m^2 - 37{,}6\ m^2 - 0{,}15 \cdot 60\ m^2 = 0{,}85 \cdot 60\ m^2 - 37{,}6\ m^2 =$ **13,4 m²**.
3. Požadovaný počet sazenic kedluben (záhon 1: 2 m x 8 m, trojúhelníkový spon: a = 30 cm):
   $m_1 = \frac{S}{a^2} \cdot 1{,}555 = \frac{16}{0{,}3^2} \cdot 1{,}555 =$ **280 sazenic kedluben** (po zaokrouhlení).

   Požadovaný počet sazečky cibule (záhon 2: 3 m x 3 m, obdélníkový spon: 10 cm x 20 cm):
   $m_2 = \frac{S}{a \cdot b} = \frac{9}{0{,}1 \cdot 0{,}2} =$ **450 ks sazečky cibule.**

   Požadovaný počet sazenic salátu (záhon 3: kruh o r = 2 m, čtvercový spon: 20 cm x 20 cm):
   $m_3 = \frac{S}{a^2} = \frac{12{,}6}{0{,}2^2} =$ **320 sazenic salátu** (po zaokrouhlení).

4. Celkové náklady na pořízení sazenic: 280·2,50 Kč + 320·3,50 Kč + 0,75·80 Kč = **1 880 Kč.**
5. Částka uspořená za nákup salátu a kedluben: 280·8 Kč + 320·10 Kč = **5 440 Kč.**

Příklad 2: Výsadba begónií

Begónie je oblíbená vytrvale kvetoucí rostlina ideální pro plošné výsadby. Často se používají do ornamentálních výsadeb kombinujících skupiny rozličných kultivarů begónií, pro obruby záhonů či osazování nádob. Při plošné výsadbě se rostliny vysazují do sponu 20 až 25 cm.

Zahradnická společnost zaměřená na pěstování letniček získala od obchodního řetězce zakázku na **vypěstování 10 000 ks begonií**. Pro urychlení pěstebního procesu využila asimilačního přisvětlování výsevů a následujícího pěstebního postupu (popis kultury).

Popis kultury: začátek výsevu 10. 1. (dobá klíčení: 10 dní), přisvětlování začne po vzejití, tzn. přisvětlovat se bude od 20. 1. až do fáze přepichování, což je 15.3. Přisvětlování se řídí intenzitou světla – za podmračených dní se přisvětluje 12 hodin denně, za slunečních dní 3 hodiny ráno a 3 hodiny večer. Pro přisvětlování lze počítat s instalovaným příkonem 50 W/m^2 . Doporučený výsevek do 1 výsevního truhlíku (30 cm x 60 cm) je 0,0625 g osiva, tj. zhruba 500 semen.

Úkoly/otázky

1. Do kolika truhlíků musí provést společnost výsev při 80% klíčivosti a další 15% ztrátě (úhynu) rostlin po vzejití?
2. Jak velká je celková plocha truhlíků potřebná k předpěstování výsevů?
3. Kolik gramů osiva je potřeba pořídit k vypěstování požadovaného počtu begónií?
4. Jaká je celková doba (ve dnech), po kterou bude potřeba výsevné truhlíky, resp. výsevnou plochu přisvětlovat (předpoklad: výsev probíhá v roce, který není přestupný)?
5. Kolik kWh elektrické energie bude spotřebováno na přisvětlování výsevů, jestliže je systém přisvětlování nainstalován tak, že jsou přisvětlovány všechny výsevné truhlíky (100% výsevní plochy) a počet podmračených a slunečných dní byl v období přisvětlování v poměru 1:2?
6. Kolik Kč zaplatí zaplatí firma za el. energii spotřebovanou za přisvětlování výsevů při ceně 5,40 Kč za 1 kWh?
7. O kolik Kč zvýší přisvětlování výsevní plochy náklady na jednu rostlinu?
8. K přepichování rostlin dojde ve druhé polovině března a to do sadbovačů o rozměru 6 cm x 6 cm. Jak velkou pěstební plochu musí pěstitelská společnost zajistit pro výsadbu 10 tisíc kusů begonií?
9. Jak velká plocha (v m^2) bude osázena vypěstovaným počtem všech begonií (10 tisíc ks) za předpokladu výsadby ve sponu 25 cm?
10. Kolik kusů hrnkové sadby begonií je potřeba k osázení plochy 15 m^2 při obdélníkovém sponu, kdy budeme rostliny sázet v řádcích ve vzdálenosti 25 cm a vzdálenost mezi řádky je 20 cm. Kolik Kč zaplatíme za pořízení sadby k osázení této plochy, jestliže 1 kus hrnkové sadby begonie stojí 17 Kč a počítáme s tím, že v prvních 3 týdnech od výsadby dojde k 5% ztrátě a uhynulé rostliny tak musíme znovu dosadit?

Řešení/výsledky

1. Pokud si počet semen pro výsev označíme jako **x**, tak pro získání 10 000 rostlin begonie potřebuji při úhynu sazenic 15% a klíčivosti semen 80% musí platit následující rovnice: 10 000 = 85%·(80%·x) , po výpočtu dostaneme: x = 13 840 semen, tj. po zaokrouhlení 14 000 semen begonie. Počet požadovaných výsevních truhlíků dopočítáme pomocí trojčlenky: 1 výsevní truhlík … 500 semen, 14 000 semen … 14 000 / 500 = **28 výsevních truhlíků**.
2. Plocha truhlíků potřebná k předpěstování výsevů = počet truhlíků x pěstební plocha 1 truhlíku (obdélník o rozměrech 30 cm a 60 cm) = 28 · (30 cm · 60 cm) = 50 400 cm^2 = **5,04 m^2** .
3. Množství (v gramech) osiva begonie potřebné na výsev do 28 výsevních truhlíků (přímá úměra, resp. trojčlenka): 28 · 0,0625 g = **1,75 g** .
4. Doba přisvětlování výsevních truhlíků: od 20. 1. do 15. 3., tj. celkem **54 dní.**
5. Z celkové doby přisvětlování (54 dní) bylo 18 dní podmračených (přisvětlování 12 hodin denně) a 36 dní slunečných (přisvětlování 6 hodin denně). Celkový počet hodin s přisvětlením výsevních truhlíků: 18·12 hod + 36·6 hod = 432 hod.
   Celková energie potřebná na osvětlení všech výs. truhlíků: 432·50·5,04 Wh = **108,9 kWh.**
6. Při ceně 5,40 Kč za 1 kWh zaplatíme za 109 kWh přibližně částku 109·5,40 Kč = **589 Kč** (po zaokrouhlení).
7. Částka, o kterou osvětlení výsevní truhlíků zvýší cenu 1 rostliny begonie (přímá úměra, resp. trojčlenka): 589 Kč / 10 000 = **0,06 Kč** (po zaokrouhlení).
8. Pěstební plocha potřebná k zajištění 10 000 ks rostlin begonie při rozměru sadbovačů 6 cm x 6 cm: 10 000 · (6 cm x 6 cm) = 360 000 cm^2 = **36 m^2** .
9. Plocha osázená 10 tisíci ks rostlin begonie při sponu 25 cm: S = m · a^2 = 10 000 · 625 cm^2 = = 6 250 000 cm^2 = **625 m^2** .
10. Počet hrnkové sadby begonie potřebné k osázení plochy 15 m^2 při obdélníkovém sponu (25 cm x 20 cm) a 5% úhynu: 95% · m = 15 / (a·b) , po úpravách a dosazení: m = 3 158 ks hrnkové sadby begonie. Cena za nákup požadované hrnkové sadby (přímá úměra, resp. trojčlenka): 3 158 · 17 Kč = **53 686 Kč .**

Závěr, zpětná vazba (dotazník)

Příklady na výpočet požadovaného počtu sadbového materiálu daného druhu rostliny při daném typu sponu jsou nádhernou ukázkou toho, proč dobrý zahradník musí být současně dobrý matematik a v případě zahradního projektanta je správná kalkulace a rozpočet daného projektu jeho jedno z nejdůležitějších kritérií. Tuto skutečnost studenti potvrdili i v dotazníku na „zpětnou vazbu“, ve kterém nikdo nezpochybňoval vhodnost tohoto tématu. Příklady na výpočet potřebného množství sadbového materiálu jsou navíc součástí závěrečných praktických zkoušek, a to jak v případě učňovských, tak i maturitních oborů.

Na příkladech tohoto typu musí navíc studenti prokázat nejenom odborné znalosti pro daný druh rostliny (typ sponu, doba výsevu, klíčivost, použití vhodného typu substrátu, …), ale i znalosti z oblasti matematiky, fyziky i chemie jako je výpočet obvodů, obsahů, objemů, koncentrací, procent, spotřeby el. energie apod. Speciálně na příkladu pěstování begónií na zakázku si mohli studenti vyzkoušet, co všechno je potřeba zajistit (požadované počty semen a výsevních truhlíků, asimilační osvětlení pro urychlení pěstebního procesu, vliv délky doby denního světla na pěstební proces, apod.) a jakým způsobem se všechny tyto faktory projevují do výsledné ceny rostliny. Na tomto příkladu si většina studentů uvědomila, že dobrý zahradník se bez základních matematických znalostí neobejde, což potvrdily i komentáře v dotaznících.

Jako ne příliš optimistické je ale zjištění, že většina studentů tento typ příkladů samostatně není schopna komplexně vyřešit (v dotaznících studenti označili tento typ příkladů jako „velmi obtížný“) a jednotlivé dílčí úkoly jsme museli řešit společně (tentokrát nebyla účinná ani skupinová forma výpočtu). Zajímavé bylo přitom zjištění, že studenti neprokazovali ani odborné znalosti a celou řadu informací odborného charakteru (typ sponu, způsob výsadby, volba substrátu, …) bylo potřeba zjišťovat s využitím internetu nebo konzultacemi s vyučujícími odborných předmětů.

Hledisko odlišnosti mateřského jazyka se na míře úspěšnosti řešení příkladů na výpočet požadovaného počtu sadebního materiálu nijak neprojevoval a určitě nelze konstatovat, že by studenti s OMJ tento typ příkladů zvládali výrazně lépe nebo výrazně hůře než studenti s českým mateřským jazykem. Spíše se ukázalo, že zájem o podobný typ příkladů, a tím i zvýšenou aktivitu při řešení jednotlivých dílčích úkolů, projevovali především ti studenti, kteří si tento obor zvolili, protože k němu mají nějaký vztah (např. z důvodu, že rodiče mají zahradnickou firmu nebo oni sami chtějí být zahradníky) a ne pouze z důvodu „abych měl maturitu“. Ideálním studentem pro toto téma je tak student, kterého obor zahradnictví baví a má alespoň trochu cit pro matematiku. Vliv mateřského jazyka je v tomto ohledu zanedbatelný.

Téma 4: Slovní úlohy na směsnou rovnici a výpočet koncentrací roztoků

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
OP Praha – pól růstu ČR

Název projektu: Zlepšení inkluze při výuce zahradnictví

Registrační číslo projektu: CZ.07.4.68/0.0/0.0/16_037/0000291
KA01

Téma 4: Slovní úlohy, početní příklady – směsná rovnice, výpočet výsledných koncentrací a požadovaného množství jednotlivých složek roztoků

Cíl: naučit žáky s OMJ počítat příklady na směsnou rovnici a potřebné množství jednotlivých složek roztoku pro získání požadované koncentrace

Úvod

Koncentrace znamená „silné zhuštění". Udává množství látky v roztoku či směsi. Čím je nějaká látka koncentrovanější, tím více jí v dané směsi je. V běžném životě se často setkáváme např. s koncentráty v podobě sirupu, citronky do čaje či pracích prášků. V oblasti zahradnictví se s pojmem koncentrace setkáváme především při přípravách ochranných postřiků proti různým plevelům, chorobám, škůdcům apod. A dále pak při přípravě vhodné koncentrace u jednotlivých typů umělých hnojiv.

Rovnici, pomocí které počítáme množství či koncentraci jednotlivých složek při míchání roztoků, označujeme jako „směšovací rovnici" a užíváme ji právě při míchání roztoků. Slovní úlohy o směsích se ale netýkají pouze roztoků. Pomocí směšovací rovnice je možné určovat také např. cenu směsi různě drahých bonbónů, druhů kávy apod.

Při řešení slovních úloh postupujeme obvykle tak, že nejdříve zapíšeme stručný zápis slovní úlohy pomocí zadaných i hledaných údajů (hledané údaje označíme jako neznámé), následně sestavíme a vyřešíme rovnici, provedeme kontrolu výsledku a zapíšeme odpověď.

Slovní úlohy o směsích (obecná rovnice), postup při řešení

Při řešení slovních úloh o směsích vycházíme z toho, že vytváříme směs smícháním dvou či více látek dohromady, přičemž podstatné je jejich množství (hmotnost, objem) a další vyčíslitelná vlastnost (teplota, koncentrace, cena, apod.).

Vycházíme ze základní „směšovací rovnice“ ve tvaru:

$$\boxed{\mathbf{m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2 = (m_1 + m_2) \cdot w}}$$

kde m_1, w_1 je množství a vlastnost látky 1, m_2, w_2 je množství a vlastnost látky 2 a (m_1+m_2) a w je množství a vlastnost směsi látek 1 a 2. V uvedené základní „směšovací rovnici“ je vždy jedna z hodnot neznámá. Příslušnými matematickými úpravami tuto neznámou hodnotu vyjádříme a dopočítáme.

Aplikace přípravků na ochranu rostlin - dávkování a koncentrace

Dávkování je zpravidla uváděno v množství přípravku (kg, litry nebo kusy) na jednotku plochy (m^2, 10 m^2 nebo 1 ha) nebo koncentrací v %, která charakterizuje množství přípravku v postřikové kapalině. Míchání a ředění přípravků je vždy potřeba provádět v souladu s návodem k použití. Především jde o dodržení správné a povolené dávky přípravku na jednotku plochy. Pro výpočet odpovídající dávky se využívá celé řady pomůcek, které nabízejí jak prodejci přípravků, tak také výrobci zařízení k aplikaci daného přípravku.

Při překročení dávek stanovených pro použití jednotlivých přípravků uživatel porušuje zásady správné praxe v ochraně rostlin a ohrožuje konzumenta a složky životního prostředí. Proto při přípravě postřikové kapaliny je nutné mít k dispozici kalibrovanou nádobu (odměrný válec).

Někdy uváděné přepočtové tabulky jsou sice použitelné, ale málo praktické. Přitom si stačí zapamatovat nebo někde poznamenat pouze dvě základní rovnice:

a) dávky plošné, uváděné v litrech nebo kilogramech na jeden hektar (ha)

základní vzorec: **1 kg na 1 ha = 0,1 g na 1 m^2** (pro dávkování látek v hmot. jednotkách),

1 l na 1 ha = 0,1 ml na 1 m^2 (pro dávkování látek v objem. jednotkách)

Dosazením požadované hodnoty na jednu ze stran rovnice se ve stejném poměru změní i strana druhá.

b) koncentrace uvedené v procentech

základní vzorec: **1 % = 10 g na 1 litr** (při dávkování látek v hmot. jednotkách),

1 % = 10 ml na 1 litr (při dávkování látek v objem. jednotkách)

I zde platí, že dosazením požadované hodnoty na jednu ze stran rovnice se ve stejném poměru změní i strana druhá.

Postup při přípravě aplikační kapaliny

Pokud dávkujeme množství přípravku na jednotku plochy (ha, m^2), je základním požadavkem rovnoměrné rozptýlení příslušné dávky na ošetřenou plochu, resp. porost. U postřiků by měla být dávka opět přepočtena na uvedené základní množství aplikační kapaliny.

Odměřené nebo odvážené množství přípravku se nejdříve rozmíchá v malém množství vody, naleje do nádrže aplikačního zařízení částečně naplněného vodou, důkladně zamíchá a doplní vodou.

Tab.: Příprava doporučené koncentrace – příklady

KONCENTRACE	MNOŽSTVÍ PŘÍPRAVKU NA:		
	1 l	10 l	100 l
	MNOŽSTVÍ APLIKAČNÍ KAPALINY		
0,05 %	0,5 ml (g)	5 ml (g)	50 ml (g)
0,1 %	1 ml (g)	10 ml (g)	100 ml (g)
0,5 %	5 ml (g)	50 ml (g)	500 ml (g)

Příklad 1: Řepka ozimá – insekticidní ochrana

V rámci insekticidní ochrany (ochrana proti škůdcům) se v případě řepky ozimé doporučuje v březnu aplikovat vhodný chemický přípravek s odpovídající účinnou látkou. Mezi nejčastější škůdce řepky ozimé patří krytonosec řepkový a krytonosec čtyřzubý.

V následující tabulce jsou uvedeny 4 účinné chemické přípravky, jejichž aplikací lze výskyt těchto škůdců eliminovat. V tabulce jsou rovněž uvedeny aplikační dávky jednotlivých druhů přípravků na 1 hektar a to buď v hmotnostních (kg) nebo objemových (l) jednotkách a orientační cena daného přípravku za 1 kg, resp. za 1 l (zdroj: Agronom 02/2006 – samostatná příloha).

Vhodný chemický přípravek	Aplikační dávka na 1 ha		Orientační cena přípravku	
	hmotnost (kg)	**objem (l)**	**(za 1 kg)**	**(za 1 l)**
Mospilan 20 SP	0,12 kg	-	3 500 Kč	-
Vaztac 10 SC	-	0,15 l	-	1 300 Kč
Talstar 10 EC	-	0,1 l	-	2 413 Kč
Nurelle D	-	0,6 l	-	624 Kč

S využitím vztahů pro výpočet plošných dávek, převodů hmotnostních a objemových jednotek a trojčlenky řešte následující úkoly.

Úkoly/otázky

1. Aplikační dávku chemického přípravku Mospilan 20 SP vyjádřete v následujících jednotkách: kg/ha, g/ha , kg/m^2 , g/m^2 .
2. Aplikační dávku chemického přípravku Nurelle D vyjádřete v následujících jednotkách: l/ha , ml/ha , l/m^2 , ml/m^2 .
3. Pro všechny 4 druhy chemických přípravků určete orientační cenu aplikace na 1 hektar (ha) a na 1 čtvereční metr (m^2).
4. Jak velké množství (kg nebo l) jednotlivých druhů chemických přípravků bude potřeba při jejich aplikaci na plochu o celkové výměře 5,8 ha (plocha 1) a kolik gramů resp. mililitrů jednotlivých chemických přípravků bude potřeba při jejich aplikaci na plochu o výměře 1 200 m^2 (plocha 2)?
5. Kolik Kč (orientačně) zaplatíme za jednotlivé druhy chemických přípravků při jejich aplikaci na plochy 1 a 2 o celkové výměře 5,8 ha a 1 200 m^2 ?

Hodnoty požadované v úkolech číslo 4. a 5. doplňte do následující tabulky:

Vhodný chemický přípravek	Aplikační dávka na 1 ha	Cena přípravku v Kč	Potřebné množství přípravku		Cena chemických přípravků (Kč)	
	kg / l	za 1 kg / 1 l	Plocha 1 (kg nebo l)	Plocha 2 (g nebo ml)	Plocha 1	Plocha 2
Mospilan 20 SP	0,12 kg	3 500 Kč				
Vaztac 10 SC	0,15 l	1 300 Kč				
Talstar 10 EC	0,1 l	2 413 Kč				
Nurelle D	0,6 l	624 Kč				

Řešení/výsledky

1. Pro správné vyjádření aplikační dávky chemického přípravku Mospilan 20 SP využijeme následujících převody: 1 ha = 10 000 m^2 , 1 kg = 1 000 g , resp. 1 m^2 = 0,0001 ha , 1 g = 0,001 kg.
   Následně tak dostáváme: **0,12 kg/ha = 120 g/ha = 0,000 012 kg/m^2 = 0,012 g/m^2 .**
2. Pro správné vyjádření aplikační dávky chemického přípravku Nurelle D využijeme následujících převody: 1 ha = 10 000 m^2 , 1 l = 1 000 ml , resp. 1 m^2 = 0,0001 ha , 1 ml = 0,001 l.
   Následně tak dostáváme: **0,6 l/ha = 600 ml/ha = 0,000 06 l/m^2 = 0,06 ml/m^2 .**
3. Požadované hodnoty dopočítáme s využitím přímé úměry (trojčlenky)–viz následující tabulka:

Vhodný chemický přípravek	Aplikační dávka na 1 ha	Orientační cena přípravku	Orientační cena přípravku	
	hmotnost (kg) / objem (l)	(za 1 kg / za 1 l)	na 1 ha	na 1 m^2
Mospilan 20 SP	0,12 kg	3 500 Kč	420 Kč	0,042 Kč
Vaztac 10 SC	0,15 l	1 300 Kč	195 Kč	0,0195 Kč
Talstar 10 EC	0,1 l	2 413 Kč	241 Kč	0,0241 Kč
Nurelle D	0,6 l	624 Kč	374 Kč	0,0374 Kč

Úkoly 4. a 5. řešíme opět s využitím přímé úměry, resp. trojčlenky, kdy známe množství a cenu aplikační dávky jednotlivých druhů přípravků na 1 hektar, resp. na 1 m^2. S využitím těchto hodnot můžeme doplnit chybějící údaje pro plochu 1 i plochu 2 – viz následující tabulka:

Vhodný chemický přípravek	Aplikační dávka na 1 ha	Cena přípravku v Kč	Potřebné množství přípravku		Cena chemických přípravků (Kč)	
	kg / l	za 1 kg / 1 l	Plocha 1 (kg nebo l)	Plocha 2 (g nebo ml)	Plocha 1 (5,8 ha)	Plocha 2 (1 200 m^2)
Mospilan 20 SP	0,12 kg	3 500 Kč	**0,696 kg**	**14,4 g**	**2 436 Kč**	**50,4 Kč**
Vaztac 10 SC	0,15 l	1 300 Kč	**0,87 l**	**18 ml**	**1 131 Kč**	**23,4 Kč**
Talstar 10 EC	0,1 l	2 413 Kč	**0,58 l**	**12 ml**	**1 400 Kč**	**29 Kč**
Nurelle D	0,6 l	624 Kč	**3,48 l**	**72 ml**	**2 172 Kč**	**45 Kč**

Z tabulky je zřejmé, že pro objektivní porovnání celkových nákladů na ošetření dané plochy nelze brát v úvahu pouze cenu přípravku za stejnou hmotnostní, resp. objemovou jednotku, ale je třeba zohlednit i množství aplikační dávky na j ha, resp. na 1 m^2. Jedině tak lze objektivně vyhodnotit finanční náročnost použití daného chem. přípravku.

Příklad 2: Ekologické zahradnictví – koncentrace

Jícha neboli zákvas se používá buď jako posilující hnojivo ke kořenům nebo jako postřik. Jícha je získání látek z rostlin procesem kvašení a doba výroby jsou dny až týdny. V případě kopřivové jíchy necháme zakvasit kopřivy, které obsahují železo, hořčík, vitamín C, kyselinu mravenčí, křemičitou, citronovou atd.

Pro zahradnické účely se jícha používá buď jako posilující hnojivo ke kořenům nebo jako postřik. Pro různé způsoby využití se tak jícha připravuje v různých koncentracích, např. 0,05 % , 0,1% , 0,15 % , 0,2 %. Roztok jíchy o dané koncentraci je možné získat využitím aplikačního přípravku jíchy jak v objemovém (ml), tak hmotnostním (g) množství.

Úkoly/otázky

1. S využitím zákl. vzorce pro koncentraci uvedenou v procentech (1 % = 10 ml na 1 litr, resp. 1 % = 10 g na 1 litr) doplňte do následující tabulky požadované hodnoty množství aplikačního přípravku jíchy pro získání požadovaného množství jíchy o dané koncentraci (varianta A: aplikační přípravek jíchy je v objemovém množství (ml), var. B: aplikační přípravek jíchy je v hmotnostním množství (g)).

Varianta A: Příprava doporučené koncentrace jíchy (množství aplikačního přípravku je v ml)

KONCENTRACE	MNOŽSTVÍ PŘÍPRAVKU NA:		
	1 l	10 l	„x“ l
	MNOŽSTVÍ APLIKAČNÍHO PŘÍPRAVKU (ml)		
0,05 %			
0,1 %			
0,15 %			
0,2 %			

Varianta B: Příprava doporučené koncentrace jíchy (množství aplikačního přípravku je v g)

KONCENTRACE	MNOŽSTVÍ PŘÍPRAVKU NA:		
	1 l	10 l	„y“ l
	MNOŽSTVÍ APLIKAČNÍHO PŘÍPRAVKU (g)		
0,05 %			
0,1 %			
0,15 %			
0,2 %			

Další úkoly:

2. Kolik g aplikačního přípravku je třeba na přípravu 20 l jíchy o koncentraci 0,15 % ?
3. Kolik ml aplikačního přípravku je třeba na přípravu 15 l jíchy o koncentraci 0,2 % ?
4. Jakou koncentraci bude mít 35 l jíchy, kterou získáme tím, že do jedné nádoby slijeme 20 l jíchy o koncentraci 0,15 % a 15 l jíchy o koncentraci 0,2 % ?
5. Kolik litrů vody musíme přidat do 20 l jíchy o koncentraci 0,15 %, abychom získaly jíchu o koncentraci 0,05 % ? Jak velké množství tako koncentrované jíchy (0,05 %) získáme?

Řešení/výsledky

1. Pro vyplnění obou tabulek využijeme základní vzorec pro koncentraci uvedenou v procentech (1 % = 10 ml na 1 litr, resp. 1 % = 10 g na 1 litr). Například pro koncentraci 0,1 % tak dostáváme:
   0,1 % = 0,1 · 1 % = 0,1 · 10 ml na 1 litr = 1 ml na 1 litr, resp. 1 g na 1 litr. Pro 10 l by to potom bylo 10 · 1 ml = 10 ml, resp. 10 g. Pro „x" l to potom bude x ml. Ostatní hodnoty dopočítáme obdobně.

Varianta A: Příprava doporučené koncentrace jíchy (množství aplikačního přípravku je v ml)

KONCENTRACE	MNOŽSTVÍ PŘÍPRAVKU NA:		
	1 l	10 l	„x" l
	MNOŽSTVÍ APLIKAČNÍHO PŘÍPRAVKU (ml)		
0,05 %	***0,5 ml***	***5 ml***	***0,5·x ml***
0,1 %	***1 ml***	***10 ml***	***x ml***
0,15 %	***1,5 ml***	***15 ml***	***1,5·x ml***
0,2 %	***2 ml***	***20 ml***	***2·x ml***

Varianta B: Příprava doporučené koncentrace jíchy (množství aplikačního přípravku je v g)

KONCENTRACE	MNOŽSTVÍ PŘÍPRAVKU NA:		
	1 l	10 l	„y" l
	MNOŽSTVÍ APLIKAČNÍHO PŘÍPRAVKU (g)		
0,05 %	***0,5 g***	***5 g***	***0,5·y g***
0,1 %	***1 g***	***10 g***	***y g***
0,15 %	***1,5 g***	***15 g***	***1,5·y g***
0,2 %	***2 g***	***20 g***	***2·y g***

2. Využijeme základní vzorec pro koncentraci uvedenou v procentech (1 % = 10 g na 1 litr):
   0,15 % = 0,15 · 1 % = 0,15 · 10 g na 1 litr = 1,5 g na litr. V případě 20 l (y = 20 l) pro požadované množství aplikačního přípravku dostáváme: 1,5 · 20 g = **30 g** .
3. Využijeme základní vzorec pro koncentraci uvedenou v procentech (1 % = 10 ml na 1 litr):
   0,2 % = 0,2 · 1 % = 0,2 · 10 ml na 1 litr = 2 ml na litr. V případě 15 l (x = 15 l) pro požadované množství aplikačního přípravku dostáváme: 2 · 15 g = **30 g**

4. Pro výpočet výsledné koncentrace 35 l jíchy využijeme základní „směšovací rovnici“ ve tvaru $m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2 = (m_1+m_2) \cdot w$, kde $m_1 = 20$ l , $w_1 = 0{,}15$ % , $m_2 = 15$ l , $w_2 = 0{,}2$ % , $w = ?$. Po dosazení pro koncentraci smíchané jíchy (35 l) dostaneme: **w = 0,17 %** (po zaokrouhlení).
5. Pro získání požadovaných hodnot využijeme opět základní „směšovací rovnici“ ve tvaru $m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2 = (m_1+m_2) \cdot w$, kde $m_1 = 20$ l , $w_1 = 0{,}15$ % , $m_2 = ?$, $w_2 = 0$ % , $w = 0{,}05$ % . Po dosazení, úpravách a vyjádření m_2 dostaneme: **m_2 = 40 l , (m_1 + m_2) = 60 l .**

Příklad 3: Směs vín (cuvée)

Vinař má k dispozici dvě odrůdy červeného vína Merlot a Svatovavřinecké. Hektolitr Merlotu prodává za 7 500 Kč, hektolitr Svatovavřineckého za 5 000 Kč. Vinař se rozhodl vytvořit jejich směs (cuvée), aby docílil jedinečné charakteristiky za „přijatelnou“ cenu. Vypočítejte, kolik hektolitrů jednotlivých odrůd bude potřebovat k vytvoření 15 hl směsi, aby 1 l cuvée stál zákazníka 60 Kč.

Řešení/výsledky

Úlohu vyřešíme s využitím základní „směšovací rovnice“ ve tvaru $m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2 = (m_1+m_2) \cdot w$, kde m_1 je potřebné množství Merlotu v hektolitrech, w_1 je cena Merlotu za 1 hl (7 500 Kč), m_2 je potřebné množství Svatovavřineckého v hektolitrech a w_2 je cena Svatovavřineckého za 1 hl (5 000 Kč). Celkové množství cuvée je $(m_1+m_2) = 15$ hl a cenu 1 hl cuvée označíme jako $w = 100 \cdot 60$ Kč $= 6\,000$ Kč.

Platí:	$m_1 \cdot w_1 + m_2 \cdot w_2 = (m_1+m_2) \cdot w$, kde $m_2 = 15 - m_1$
Po dosazení dostaneme:	$m_1 \cdot 7\,500 + (15 - m_1) \cdot 5\,000 = 15 \cdot 6\,000$
Úpravami vypočítáme m_1:	**m_1 = 6 hl**
Dopočítáme m_2:	**m_2 = 9 hl**
Odpověď:	K vytvoření 15 hl směsi (cuvée) o ceně 60 Kč za 1 l je potřeba smíchat 6 hl Merlotu a 9 hl Svatovavřineckého.

Závěr, zpětná vazba (dotazník)

Studenti jak v průběhu samotné výuky, tak i v dotaznících na „zpětnou vazbu“ potvrdili, že příklady na výpočet dávkování, koncentrace a obecně slovní úlohy na „směšovací rovnici“ by měly patřit mezi základní matematickou výbavu každého zahradníka.

Současně však většina studentů (bez rozdílu zda se jedné o studenty „s“ nebo „bez“ OMJ) v dotaznících na „zpětnou vazbu“ uvedla, že jim tento typ příkladů činní problémy a mají problémy se sestavením základní směšovací rovnice, resp. správným použitím základních vzorců pro výpočet odpovídající dávky a koncentrace daného přípravku. Tuto skutečnost ostatně bylo možné sledovat i v průběhu samotné výuky, kdy většina studentů (včetně studentů s OMJ) byla schopna způsob výpočtů jednotlivých úkolů pochopit, ale nikoliv na něj sami přijít.

Pouze malá část studentů si uvědomuje, že základním principem všech příkladů tohoto typu je přímá úměra a trojčlenka a není třeba v nich hledat žádnou složitou matematiku. Jako problém se u některých studentů projevovala neznalost základních převodních vztahů mezi objemovými a hmotnostními jednotkami.

Příloha č. 1 – dotazník

Dotazník „Zpětná vazba“

1. Jednotlivé úkoly u zadaných příkladů považuji za:
   - ○ velmi snadné
   - ○ snadné
   - ○ odpovídající
   - ○ obtížné
   - ○ velmi obtížné

   Vlastní komentář (co přidat, co ubrat, co vypustit, co změnit apod.):

   …………………………………………………………………………………………

   …………………………………………………………………………………………

   …………………………………………………………………………………………

2. Zadané slovní úlohy považuji za:
   - ○ velmi snadné
   - ○ snadné
   - ○ odpovídající
   - ○ obtížné
   - ○ velmi obtížné

   Vlastní komentář:

   …………………………………………………………………………………………

   …………………………………………………………………………………………

   …………………………………………………………………………………………

3. Zvolenou formu a téma u zadaných příkladů a slovních úloh považuji za:

   ○ nudnou

   ○ zábavnou

   ○ nevhodnou

   ○ poutavou

   Vlastní komentář:

   ………………………………………………………………………………………………

   ………………………………………………………………………………………………

   ………………………………………………………………………………………………

4. Osobní přínos příslušné části (tématu) matematiky:

   ○ dozvěděl/a jsem se něco nového

   ○ nedozvěděl/a jsem se nic nového

   ○ naučil/a jsem se něco nového

   ○ nenaučil/a jsem se nic nového

   Vlastní komentář:

   ………………………………………………………………………………………………

   ………………………………………………………………………………………………

   ………………………………………………………………………………………………

Příloha č. 2 – fotodokumentace

Obr. 1: třída 1.A, hodina MAT, květen 2019 (ing. Jiřina Hermová – facilitátor)

Obr. 2: třída 1.A, hodina MAT, květen 2019 (ing. Jiřina Hermová – kouč)

Obr. 3: třída 1.A, hodina MAT, květen 2019

Obr. 4: třída 1.U, hodina MAT, červen 2019 (ing. Jiřina Hermová – kouč)

Obr. 5: třída 1.U, hodina MAT, červen 2019 (ing. Jiřina Hermová – kouč)

Obr. 6: třída 1.U, hodina MAT, červen 2019

Seznam literatury

1. KRUPKA, P.; POLICKÝ, Z.; ŠKAROUPKOVÁ B. Matematika pro střední školy – 1.díl: Základní poznatky - Učebnice. Brno: Didaktis, 2012. ISBN 978-80-7358-196-1.

2. KRUPKA, P.; POLICKÝ, Z.; KVĚTOŇOVÁ M.; ŠKAROUPKOVÁ B. Matematika pro střední školy – 1.díl: Základní poznatky – Pracovní sešit. Brno: Didaktis, 2012. ISBN 978-80-7358-197-1.

3. CIZLEROVÁ, M.; KRUPKA, P.; POLICKÝ, Z.; ŠKAROUPKOVÁ B. Matematika pro střední školy – 2.díl: Výrazy, rovnice a nerovnice – Učebnice. Brno: Didaktis, 2013. ISBN 978-80-7358-208-1.

4. CHADIMOVÁ, M. Matematika pro střední školy – 2.díl: Výrazy, rovnice a nerovnice – Pracovní sešit. Brno: Didaktis, 2013. ISBN 978-80-7358-209-8.

5. ČVANČARA, F. Zemědělská výroba v číslech. Praha, Státní zemědělské nakladatelství 1962. ISBN 07-028-62.

6. POLÁK, J. Přehled středoškolské matematiky. Praha, Státní pedagogické nakladatelství 1991. ISBN 80-04-22885-2.

7. ŠTAMBERKOVÁ, J. a kolektiv. Ochrana zahradních rostlin I. Čestlice, Rebo Productions CZ 2012. ISBN 978-80-904782-5-1.

8. ŠTAMBERKOVÁ, J. a kolektiv. Ochrana zahradních rostlin II. Čestlice, Rebo Productions CZ 2012. ISBN 978-80-904782-6-8.